

Минобрнауки России
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Кургалин Сергей Дмитриевич

Кафедра цифровых технологий

28.02.22



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.04.02 Теория графов

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

10.03.01 Информационная безопасность

2. Профиль подготовки/специализация:

Безопасность компьютерных систем

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Борзунов Сергей Викторович, к. ф.-м. н., доцент

7. Рекомендована: протокол НМС ФКН №3 от 25.02.2022

8. Учебный год:

2023-2024

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель: формирование у обучающихся фундаментальных знаний в области теории графов.

Задачи:

- знакомство с математическим аппаратом теории графов;
- изучение основных задач теории графов и методов их решения;
- формирование навыков эффективного применения модели с использованием графов для решения прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к вариативной части блока Б1. Для успешного освоения необходимо предварительное изучение следующих дисциплин: математический анализ, алгебра и геометрия.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ПК-1 Способен проводить анализ требований к программному обеспечению, выполнять работы по проектированию программного обеспечения	ПК-1.1 Знает методологии и технологии разработки программного обеспечения и технологии программирования	знает методологии и технологии разработки программного обеспечения с применением основных понятий теории графов
ПК-1 Способен проводить анализ требований к программному обеспечению, выполнять работы по проектированию программного обеспечения	ПК-1.2 Знает применяемые математические методы и алгоритмы функционирования для компонентов программных средств	знает математические методы теории графов, использующие основные характеристики графов: связность, эйлеровость, гамильтоновость, хроматические характеристики
ПК-1 Способен проводить анализ требований к программному обеспечению, выполнять работы по проектированию программного обеспечения	ПК-1.3 применять технологии обработки данных и анализировать возможности их использования при разработке программного обеспечения в профессиональной деятельности	владеет навыками практического применения основных результатов теории графов для решения прикладных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

3/108

Форма промежуточной аттестации:

Зачет с оценкой, контрольная работа

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Семестр 4	Всего
Аудиторные занятия		66	66
Лекционные занятия		16	16
Практические занятия		34	34
Лабораторные занятия		16	16
Самостоятельная работа		42	42
Курсовая работа			0
Промежуточная аттестация		0	0
Часы на контроль			0
Всего		108	108

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1. Лекции			
1.1.	Введение в теорию графов	Основные определения теории графов. Типы графов. Маршруты и связность. Операции над графами.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
1.2	Мосты и блоки	Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная k-связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
1.3	Деревья	Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
1.4	Связность	Связность и реберная связность. Теорема Менгера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
1.5	Обходы графов	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1.6	Покрытия	Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ -матрицах.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
1.7	Планарность	Плоские и планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
1.8	Раскраски	Хроматическое число и хроматический индекс. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Теорема Визинга.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
2. Практические занятия			
2.1	Введение в теорию графов	Основные определения теории графов. Типы графов. Маршруты и связность. Операции над графами.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2.2	Мосты и блоки	Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная k-связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
2.3	Деревья	Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
2.4	Связность	Связность и реберная связность. Теорема Менгера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
2.5	Обходы графов	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
2.6	Покрытия	Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и (0,1)-матрицах.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2.7	Планарность	Плоские и планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
2.8	Раскраски	Хроматическое число и хроматический индекс. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Теорема Визинга.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
3. Лабораторные занятия			
3.1	Введение в теорию графов	Основные определения теории графов. Типы графов. Маршруты и связность. Операции над графами.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
3.2	Мосты и блоки	Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная k -связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
3.3	Деревья	Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
3.4	Связность	Связность и реберная связность. Теорема Менгера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
3.5	Обходы графов	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
3.6	Покрытия	Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и (0,1)-матрицах.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
3.7	Планарность	Плоские и планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908
3.8	Раскраски	Хроматическое число и хроматический индекс. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Теорема Визинга.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=14908

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Практические					
2	Введение в теорию графов.	2	6	2	6	16
3	Мосты и блоки.	2	4	2	4	12
4	Деревья.	2	4	2	4	12
5	Связность.	2	4	2	4	12
6	Обходы графов.	2	4	2	6	14
7	Покрытия.	2	4	2	6	14
8	Планарность.	2	4	2	6	14
9	Раскраски.	2	4	2	6	14
		16	34	16	42	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из выполнения практических и лабораторных заданий в объёме, предусмотренном учебным планом.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и

других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.
Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Калитин, Д. В. Основы дискретной математики: теория графов [Электронный ресурс] / Д. В. Калитин, О. С. Калитина — М. : МИСиС, 2017. — 67 с. —<URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906846686.html >.
2	Судоплатов, С. В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник / Судоплатов С. В. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. Серия "Учебники НГТУ" .— Москва : Издательство НГТУ, 2016 .— 280 с. —<URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778228207.html >.
3	Борзунов, С. В. Задачи по дискретной математике : [учебное пособие для студ. вузов, обучающихся по направлению подготовки ВО 03.03.03 - Радиофизика] / С.В. Борзунов, С.Д. Кургалин. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2016. — 520 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари.— 4-е изд.— Москва : Едиториал УРСС, 2009.— 296 с.
2	Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.].— 2-е изд.— Москва : Книжный дом «Либроком», 2009.— 392 с.
3	Алгоритмы : Построение и анализ / Т. Х. Кормен [и др.].— 3-е изд.— Москва ; Санкт-Петербург ; Киев : Вильямс, 2013.— 1328 с.
4	Новиков, Ф. А. Дискретная математика : учеб. для вузов : стандарт третьего поколения / Ф. А. Новиков.— 3-е изд.— Санкт-Петербург: Питер, 2011.— 384 с.
5	Оре, О. Теория графов / О. Оре.— 2-е изд.— Москва : Едиториал УРСС, 2009.— 352 с.
6	Уилсон, Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон.— Москва : Мир, 1977.— 208 с.— (Современная математика. Вводные курсы).
7	Diestel, R. Graph Theory / R. Diestel.— Fourth ed.— Heidelberg : Springer-Verlag, 2010.— 451 p.— (Graduate Texts in Mathematics; vol. 173).

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
2	Электронный университет ВГУ https://edu.vsu.ru
3	ЭБС «Лань» https://e.lanbook.com/
4	«Университетская библиотека online» https://biblioclub.ru/
5	«Консультант студента» http://www.studmedlib.ru/
6	«РУКОНТ» (ИТС Контекстум) https://lib.rucont.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Борзунов, С. В. Задачи по дискретной математике : [учебное пособие для студ. вузов, обучающихся по направлению подготовки ВО 03.03.03 - Радиофизика] / С.В. Борзунов, С.Д. Кургалин .— Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2016 .— 520 с.
2	Калитин, Д. В. Основы дискретной математики: теория графов [Электронный ресурс] / Д. В. Калитин, О. С. Калитина — М. : МИСиС, 2017. — 67 с. —<URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785906846686.html >
3	Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари.— 4-е изд.— Москва : Едиториал УРСС, 2009.— 296 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При проведении занятий в дистанционном режиме обучения используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ (<https://edu.vsu.ru>), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, оснащенная мультимедийным проектором; специализированная мебель: доска меловая или маркерная 1 шт., столы, стулья в необходимом количестве.

ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-8. Введение в теорию графов. Мосты и блоки. Деревья. Связность. Обходы графов. Покрытия. Планарность. Раскраски.	ПК-1	ПК-1.1	Контрольная работа по соответствующим разделам. Лабораторные работы
2	Разделы 1-8. Введение в теорию графов. Мосты и блоки. Деревья. Связность. Обходы графов. Покрытия. Планарность. Раскраски.	ПК-1	ПК-1.2	Контрольная работа по соответствующим разделам. Лабораторные работы
3	Разделы 1-8. Введение в теорию графов. Мосты и блоки. Деревья. Связность. Обходы графов. Покрытия. Планарность. Раскраски.	ПК-1	ПК-1.3	Контрольная работа по соответствующим разделам. Лабораторные работы

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Зачет с оценкой, контрольная работа

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Комплект КИМ

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Устный опрос на практических занятиях

Контрольная работа по теоретической части курса

Лабораторные работы

Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Устный опрос на практических занятиях

Контрольная работа по теоретической части курса

Лабораторные работы.

Пример контрольной работы.

Контрольная работа № 1

Задание 1 (10 баллов). Выпишите матрицу смежности и список смежности графа $G(V,E)$ на множестве вершин $V = \{a,b,c,d,e\}$ со множеством рёбер $E = \{ac,bd,be,de\}$.

Задание 2 (20 баллов). Является ли полный граф K_n для $n > 1$ эйлеровым? гамильтоновым?

Задание 3 (20 баллов). Чему равны хроматическое число и хроматический индекс полного графа K_{10} ?

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах устного опроса (индивидуальный опрос, фронтальная беседа) и письменных работ (контрольные, лабораторные работы). При оценивании могут использоваться количественные или качественные шкалы оценок.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация может включать в себя проверку теоретических вопросов, а также, при необходимости (в случае невыполнения в течение семестра), проверку выполнения установленного перечня лабораторных заданий, позволяющих оценить уровень полученных знаний и/или практическое (ие) задание(я), позволяющее (ие) оценить степень сформированности умений и навыков.

Для оценки теоретических знаний используется перечень контрольно-измерительных материалов. Каждый контрольно-измерительный материал для проведения промежуточной аттестации включает два задания - вопросов для контроля знаний, умений и владений в рамках оценки уровня сформированности компетенции. При оценивании используется качественная шкала.

Перечень вопросов к зачету:

1. Основные определения теории графов.
2. Типы графов.
3. Маршруты и связность.
4. Операции над графами.
5. Точки сочленения, мосты и блоки графа.
6. Вершинная и реберная k -связность.
7. Характеризация двусвязных графов.
8. Взаимное расположение двух блоков в графе.
9. Леса и деревья.
10. Эквивалентные определения дерева.
11. Корневые и остовные деревья.
12. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.
13. Связность и реберная связность.
14. Теорема Менгера.
15. Эйлеровы и гамильтоновы графы.

16. Теорема Эйлера и алгоритм Флери.
17. Достаточные условия гамильтоновости.
18. Теоремы Дирака и Оре.
19. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.
20. Независимые множества вершин и ребер графа.
21. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания.
22. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства.
23. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи.
24. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ -матрицах.
25. Плоские и планарные графы.
26. Формула Эйлера и ее следствия.
27. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.
28. Алгоритм укладки графа на плоскости.
29. Понятие геометрически двойственного графа.
30. Хроматическое число и хроматический индекс.
31. Теорема о четырех красках.
32. Доказательство теоремы о пяти красках.
33. Теорема Визинга.

Пример КИМ.

Пример контрольно-измерительного материала
УТВЕРЖДАЮ
заведующий кафедрой цифровых технологий
_____ С.Д. Кургалин
__._.2021

Направление подготовки / специальность 10.03.01 Информационная безопасность

Дисциплина Б1.В.ДВ.04.02 Теория графов

Форма обучения Очное

Вид контроля Зачет

Вид аттестации Промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Формула Эйлера и ее следствия.
2. Эквивалентные определения дерева.

Преподаватель _____ С.В. Борзунов

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая

аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания:

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий вычислительной математики и ее методов, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) умение применять методы вычислений для решения задач профессиональной деятельности;
- 4) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов вычислений для решения практических задач.

Удовлетворительное владение теоретическим материалом при ответе на контрольно-измерительный материал, сданы все лабораторные работы. **Зачтено**

Неудовлетворительное владение теоретическим материалом при ответе на контрольно-измерительный материал, не сдана хотя бы одна лабораторная работа. **Не зачтено**